Лекция №3. Істен шығуға дейінгі жұмыс уақытының таралуының негізгі заңдары

Лекция мазмұны: әртүрлі таралу заңдылықтары бар сенімділік көрсеткіштері.

Лекция мақсаты: істен шығуға дейінгі уақыттың кездейсоқ шамасының таралуының негізгі заңдылықтарын таңдау принциптерін оқыту.

3.1. Экспоненциалды таралу

Үздіксіз кездейсоқ шама – жүйенің істен шығу уақыты – жүйенің және оның элементтерінің қасиеттеріне, жұмыс жағдайларына, істен шығу сипатына және басқа да көптеген факторларға байланысты әртүрлі таралу заңдарымен сипатталуы мүмкін.

Ең көп қолданылатыны экспоненциалды (экпоненциалды) үлестіру болып табылады, онда істен шығуға дейінгі уақытты бөлу функциясы қолданылады.

$$F(t) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}, \tag{3.1}$$

мұндағы λ – істен шығу қарқындылығы деңгейі, таралу параметрі болып табылады.

F(t) функциясы, әдетте, үздіксіз, таралу тығыздығына сәйкес:

$$f(t) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda t}. \tag{3.2}$$

t уақытында істен шығудың пайда болуы немесе болмауынан тұратын оқиғалар қарама-қарсы. P(t) – ақаусыз жұмыс істеу ықтималдығы. Егер t =0 кезінде жүйе жұмыс істейтін болса, онда P(0) =1.

Уақыт t ұлғайған сайын P(t) монотонды түрде азаяды және P(t)=0-ге жақындайды

$$P(t) = \mathrm{e}^{-\lambda t}. \tag{3.2}$$

Істен шығу ықтималдығы жүйенің ақаусыз жұмыс істеу ықтималдығына кері шама, яғни.

$$Q(t1) = 1 - P(t1); \tag{3.3}$$

$$Q(t1) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda t1}. \tag{3.4}$$

λt<<1 үшін, яғни істен шығуға дейінгі τ=1/λ орташа уақытынан әлдеқайда аз t уақыт үшін (3.2) өрнекті қуат қатарын кеңейтудің алғашқы екі мүшесін ауыстыру арқылы жеңілдетуге болады. Содан кейін, мысалы, (3.2) өрнек келесі пішінді алады:

$$P(t) = 1 - \lambda t = 1 - t/\tau, \tag{3.5}$$

где τ- средняя наработка до отказа. Полученная при этом погрешность не

превышает 0.5(λt1)2.
мұндағы τ – істен шығуға дейінгі орташа уақыт. Алынған қате 0,5-тен аспайды.

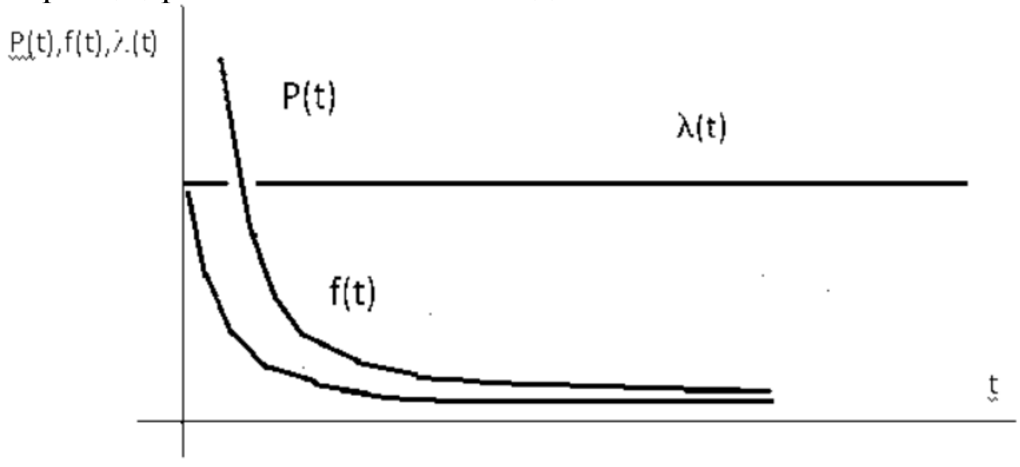
Көрсеткіштік үлестірудің бір сипатты қасиеті бар: t1 уақытында жүйе жұмыс істейтін болса, P(t1, t2) аралықта (t1, t2) ақаусыз жұмыс істеу ықтималдығы, P(t) ықтималдығы тек ұзындыққа байланысты. интервалының (t1 - t2) және жүйенің алдыңғы жұмысының t1 уақытына тәуелді емес, яғни. оның «жасынан». Олардың анықтамалары бойынша істен шығуға дейінгі орташа уақыт, дисперсия және істен шығу жылдамдығы:

$$\tau = 1/\lambda \tag{3.6}$$

$$D[T] = 1/\lambda^2; \tag{3.7}$$

$$\lambda(t) \ = \ f(t)/P(t) \ = \ \lambda\,. \tag{3.8}$$

Экспоненциалды заң тұрақты істен шығу жылдамдығымен сипатталатындықтан $\boldsymbol{\lambda}$ = const, бұл заңның қолдану аясы жұмыс істеу кезеңі де, қартаю және тозу аймағы да есепке алынбайтын жүйелер мен элементтер болып табылады (көптеген компьютерлер жабдықтар, аспаптар жасау, элементтер мен басқару жүйелері). Экспоненциалды үлестірім көптеген құрамдас бөліктерден тұратын күрделі жүйелердің жұмыс істеу уақытын жақсы сипаттайды, сондықтан бұл бөлуді пайдалану кезінде сенімділік есептеулері ең қарапайым болып табылады.



3.1-сурет – Сенімділік көрсеткіштерінің өзгеру графиктері экспоненциалды таралу

3.2 Қалыпты таралу

Экспоненциалды таралудан айырмашылығы, қалыпты таралу мұндай жүйелерді және әсіресе олардың тозуға ұшырайтын элементтерін сипаттау үшін қолданылады. Бұл жағдайда істен шығуға дейінгі уақытты Т бөлу функциясы мен тығыздығын ескеру қажет, t – істен шығуға дейінгі орташа уақыт.

Қалыпты таралу параметрлері: m – кездейсоқ шаманың математикалық күтуі; T – істен шығу уақыты (немесе ақаусыз жұмыс уақыты); σ – жүйені сынау нәтижелеріне негізделген T істен шығу уақытының стандартты ауытқуы. Қалыпты үлестірім (- ∞, ∞) ауқымындағы кездейсоқ шамалардың әрекетін сипаттайды, бірақ істен шығуға дейінгі уақыт теріс мән емес, бұны ескеру үшін әдетте қалыпты емес, қысқартылған қалыпты үлестірімді пайдалану керек.

Кездейсоқ шаманың мүмкін мәндерінің диапазоны 0-ден ∞ (t=0 кезінде 0) аралығында болуы мүмкін. Егер m < 3σ болса, қысқартылған қалыпты үлестірім пайдаланылады, әйтпесе қарапайым қалыпты (қиық емес) үлестіруді пайдалану жеткілікті дәлдік береді.

Қалыпты таралу үшін сенімділік көрсеткіштері:

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} e^{-\frac{(x-m)^2}{(2\sigma^2)}} dx;$$

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m)^2}{(2\sigma^2)}};$$

$$\tau = m; D[T] = \sigma^2.$$

3.2-сурет – Қалыпты таралудағы сенімділік көрсеткіштерінің өзгеру графиктері

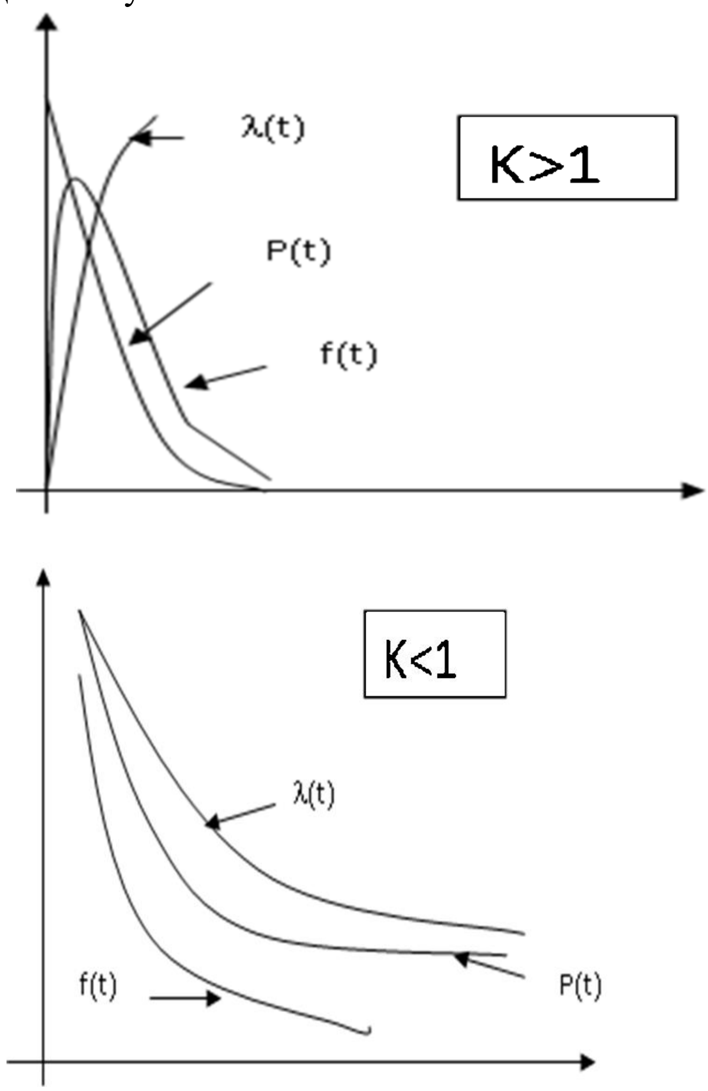
3.3 Вейбулл – Гнеденко таралуы

Сенімділік теориясында сәйкесінше функция және таралу тығыздығы арқылы сипатталған Вейбулл-Гнеденко үлестірімі қолданылды:

$$F(t) = 1 - e^{-\alpha t^k}$$

$$f(t) = \alpha k t^{k-1} e^{-\alpha t^k}$$

Бұл екі параметрлі үлестірім, мұнда k параметрі бұзылудың таралу тығыздығының түрін анықтайды, α параметрі оның шкаласы. Осылайша, k=1 болғанда, Вейбулл-Гнеденко үлестірімі істен шығу жылдамдығы тұрақты болғанда экспоненциалдық үлеспен сәйкес келеді. k >1 болғанда істен шығу жылдамдығы монотонды түрде артады. k <1 үшін монотонды түрде төмендейді (3.3-сурет). Вейбулл-Гнеденко үлестірімі электронды және механикалық жабдықтың істен шығу уақытын, оның ішінде іске қосу кезеңін сипаттау үшін пайдаланылуы



3.3-сурет - Вейбулл-Гнеденко үлестірімінің сенімділік көрсеткіштерінің өзгеру графиктері